

**Exercice 1** ( 4 points )

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

**Aucune justification n'est demandée.**

1) Soit ABC un triangle équilatéral direct de centre I, alors ce triangle est globalement invariant par la rotation : a)  $R_{\left(A, \frac{\pi}{3}\right)}$  b)  $R_{\left(A, \frac{2\pi}{3}\right)}$  c)  $R_{\left(I, \frac{2\pi}{3}\right)}$  d)  $R_{\left(I, -\frac{\pi}{3}\right)}$

2) Soient A et B deux points distincts et r la rotation qui vérifie  $r(A) = B$  et  $r(B) = A$

une mesure de l'angle de r est : a)  $\frac{\pi}{2}$  b)  $2\pi$  c)  $\pi$  d)  $\frac{\pi}{3}$

3) Soient A et B deux points distincts et Soient C et D deux points distincts.

Soit r une rotation telle que  $r(AB) = (CD)$  alors :

a)  $r(A) = C$  et  $r(B) = D$  b)  $r(A) = D$  et  $r(B) = C$  c)  $r(A)$  et  $r(B)$  sont sur  $(CD)$

4) Soit r une rotation d'angle  $\frac{\pi}{2}$  vérifiant  $r(A) = C$  et  $r(D) = B$  alors :

a)  $(AB) \parallel (CD)$  b)  $(AD) \perp (BC)$  c)  $(AD) \parallel (BC)$  d)  $(AB) \perp (CD)$

**Exercice 2** ( 5 points )

Les questions sont indépendantes

1) Résoudre dans  $\mathbb{N}$  le système  $\begin{cases} a + b = 12 \\ a \vee b = 35 \end{cases}$

2) Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  11 divise  $(3^{n+3} - 4^{4n+2})$ .

3) Soit a et b deux entiers naturels tels que b divise  $2a + 13$  et b divise  $5a + 21$ .

a) Montrer que b divise 23.

b) Déduire les valeurs possibles de b.

**Exercice 3** ( 5 points )

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

Soit le point A d'affixe  $z_A = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$

1) Déterminer le module et un argument de  $z_A$ .

2) On désigne par B l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle  $\frac{\pi}{3}$

a) Déterminer  $z_B$  l'affixe du point B

b) Déterminer l'affixe du point B' symétrique du point B par rapport à l'axe des abscisses.

3) On désigne par C le point d'affixe  $z_C = z_A \times z_B$ ; Montrer que C et l'image de A par une rotation que l'on précisera.

**Exercice 4:** ( 6 points )

Soit  $f$  la fonction définie par  $x \mapsto \frac{x^2 + bx + c}{x - 2}$  et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  et calculer  $f'(x)$ .
- 2) déterminer  $b$  et  $c$  pour que les conditions suivantes soient réalisées :
  - La courbe  $\mathcal{C}$  passe par le point  $A(3,0)$ .
  - La courbe  $\mathcal{C}$  admet au point  $A$  une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Dans la suite on prend  $b = -6$  et  $c = 9$ .

- 3) Déterminer les points de  $\mathcal{C}$  où la tangente est parallèle à  $\Delta: 3x - 4y + 1 = 0$ .

4) a) Vérifier que  $f(x) = x - 4 + \frac{1}{x - 2}$

b) En déduire que  $\mathcal{C}$  admet une asymptote oblique  $D$  que l'on déterminera.

5) Soit  $g$  la fonction définie par  $x \mapsto \begin{cases} f(x) & \text{si } x > 3 \\ \sqrt{x^2 - 8x + 15} & \text{si } x \leq 3 \end{cases}$

- a) Déterminer l'ensemble de définition de  $g$ .
- b) Etudier la continuité de  $g$  en 3.
- c) Etudier la dérivabilité de  $g$  en 3. Interpréter graphiquement le résultat.
- d) Montrer que la droite  $D': y = -x + 4$  est une asymptote à  $\mathcal{C}$  au voisinage de  $(-\infty)$ .

*Bon travail*